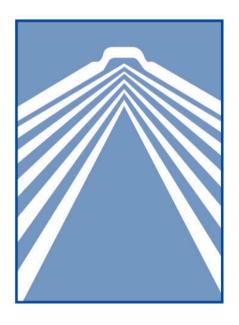
# MÉTODOS NUMÉRICOS

Teoría, problemas y prácticas con MATLAB



Juan Antonio Infante del Río José María Rey Cabezas

PIRÁMIDE

6.ª edición

## MÉTODOS NUMÉRICOS

Teoría, problemas y prácticas con MATLAB

#### JUAN ANTONIO INFANTE DEL RÍO

PROFESOR TITULAR DEL DEPARTAMENTO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO Y MATEMÁTICA APLICADA EN LA FACULTAD DE CIENCIAS MATEMÁTICAS DE LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

#### JOSÉ MARÍA REY CABEZAS

PROFESOR TITULAR DEL DEPARTAMENTO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO
Y MATEMÁTICA APLICADA EN LA FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS
DE LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

# MÉTODOS NUMÉRICOS

Teoría, problemas y prácticas con MATLAB

EDICIONES PIRÁMIDE

#### COLECCIÓN «CIENCIA Y TÉCNICA»

Edición en versión digital

Está prohibida la reproducción total o parcial de este libro electrónico, su transmisión, su descarga, su descompilación, su tratamiento informático, su almacenamiento o introducción en cualquier sistema de repositorio y recuperación, en cualquier forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, conocido o por inventar, sin el permiso expreso escrito de los titulares del copyright.

© Juan Antonio Infante del Río y José María Rey Cabezas, 2018

© Tercera edición electrónica publicada por Ediciones Pirámide (Grupo Anaya, S. A.), 2022 Para cualquier información pueden dirigirse a piramide\_legal@anaya.es

Juan Ignacio Luca de Tena, 15. 28027 Madrid

Teléfono: 91 393 89 89 www.edicionespiramide.es ISBN digital: 978-84-368-4581-5

A Julián Infante Lopesino, Julián Infante del Río, Carmen del Río Martín, María Cabezas Pérez y Julio Rey Vallejo.

In memoriam.

### Índice

Pr	efacio		13				
1.	Análi	sis de errores	17				
	1.1.	Introducción					
	1.2.	Números máquina	19				
	1.3.	Desbordamiento y redondeo					
	1.4.	Aritmética en coma flotante					
	1.5.	Propagación del error					
		1.5.1. Condicionamiento					
		1.5.2. Estabilidad	38				
	1.6.	Problemas	44				
		1.6.1. Problemas resueltos	44				
		1.6.2. Problemas propuestos	48				
	1.7.	Prácticas	49				
2.	Com	mplementos de álgebra matricial					
	2.1.	Introducción	53				
	2.2.	Diversos tipos de matrices y propiedades	53				
	2.3.	Normas matriciales	69				
	2.4.	Convergencia de las iteraciones de una matriz	83				
	2.5.	Problemas	87				
		2.5.1. Problemas resueltos	87				
		2.5.2. Problemas propuestos	102				
	2.6.	Prácticas1	105				
3.	Cond	licionamiento de un sistema lineal	107				
	3.1.	Introducción	107				
	3.2.	Condicionamiento de una matriz y de un sistema lineal	107				
	3.3.	Problemas	113				
		3.3.1. Problemas resueltos	113				
		3.3.2. Problemas propuestos	114				
	3.4.	Prácticas	115				

4.	Reso	lución de	e sistemas lineales: métodos directos	117
	4.1.	4.1. Introducción		
	4.2. Sistemas diagonales y triangulares			118
	4.3.	Elimina	ación gaussiana	120
		4.3.1.	Ejemplo para la formalización del método de Gauss	
		4.3.2.	Estudio general del método de Gauss	123
		4.3.3.	Factorización PA=LU	132
		4.3.4.	Implementación del método de eliminación gaussiana	136
	4.4.	Factori	ización LU de una matriz	139
	4.5.	Método	o de Cholesky	146
	4.6.	Proble	mas	154
		4.6.1.	Problemas resueltos	154
		4.6.2.	Problemas propuestos	179
	4.7.	Práctic	as	
5.			e sistemas lineales: métodos iterativos	
	5.1.		ucción	
	5.2.		o general	
	5.3.		os de Jacobi, Gauss–Seidel y relajación	
		5.3.1.	Método de Jacobi	
		5.3.2.	Método de Gauss–Seidel	
		5.3.3.	Método de relajación	
		5.3.4.	Métodos por bloques	
	5.4.		ados de convergencia	
	5.5.		e parada de las iteraciones	
	5.6.	Proble	mas	
		5.6.1.	Problemas resueltos	
		5.6.2.	Problemas propuestos	$\dots 232$
	5.7.	Práctic	cas	238
6	Intor	nolación	numérica	241
υ.	6.1.		ucción	
	6.2.		plación de Lagrange	
	0.2.	6.2.1.	El error de interpolación	
		6.2.1.	Fórmula de interpolación de Newton	
		6.2.3.	Minimización del error	
	6.3.	0	plación mediante funciones spline	
	0.0.	6.3.1.	Método de cálculo de las funciones spline cúbicas	
		6.3.2.	Convergencia en la interpolación por funciones spline	
	6.4.	0.0	mas	
	0.4.	6.4.1.	Problemas resueltos	
		6.4.1.	Problemas propuestos	
	6.5.		r robiemas propuestos	
	U.U.	1 1 aCUIC	-αιο	

7.	Difer	renciación e integración numéricas	303		
	7.1.	Introducción			
	7.2.	Diferenciación numérica	303		
		7.2.1. El error en la diferenciación numérica	305		
		7.2.2. Ejemplos de fórmulas de derivación	307		
	7.3.	Integración numérica	308		
		7.3.1. Fórmulas de Newton–Côtes	310		
		7.3.2. Fórmulas de integración compuesta	323		
		7.3.3. Fórmulas de cuadratura de Gauss	327		
	7.4.	Problemas	335		
		7.4.1. Problemas resueltos	335		
		7.4.2. Problemas propuestos	346		
	7.5.	Prácticas	347		
8.	Reso	olución de ecuaciones no lineales	349		
	8.1.	Introducción	349		
	8.2.	Método de la bisección	352		
	8.3.	Métodos de punto fijo	354		
	8.4.	* v			
	8.5.	Variantes del método de Newton	373		
		8.5.1. Método de Whittaker	373		
		8.5.2. Método de las cuerdas	377		
		8.5.3. Método de la secante	381		
		8.5.4. Método de la Falsa Posición (o Regula Falsi)	383		
	8.6.	Consideraciones finales	384		
		8.6.1. Test de parada de las iteraciones	384		
		8.6.2. Raíces múltiples	386		
	8.7.	Problemas	389		
		8.7.1. Problemas resueltos	389		
		8.7.2. Problemas propuestos	421		
	8.8.	Prácticas	423		
9.	Reso	olución de sistemas no lineales			
	9.1.	Introducción	$\dots \dots 425$		
	9.2.	Método de Newton	425		
		9.2.1. Método de Newton–Jacobi de m pasos	429		
		9.2.2. Método de Newton-relajación de m pasos	430		
	9.3.	Generalización de métodos lineales	433		
		9.3.1. Método de Jacobi no lineal	434		
		9.3.2. Método de Gauss-Seidel no lineal	435		
		9.3.3. Método de relajación no lineal	436		
	9.4.	Prácticas	437		

#### 12 Índice

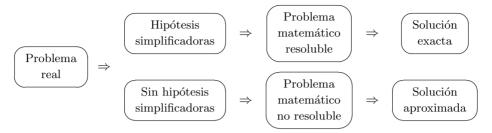
10. Cálcu	lo de raíces de polinomios	439
10.1.	Introducción	$\dots 439$
10.2.	Algunas propiedades de los polinomios	440
10.3.	Algoritmo de Horner	
10.4.	Métodos de acotación de raíces	444
10.5.	Separación de raíces reales	448
	10.5.1. Regla de los signos de Descartes	448
	10.5.2. Método de Sturm	449
10.6.	Ecuaciones con coeficientes racionales	454
10.7.	Proceso de separación y cálculo de raíces reales de un polinomio	$\dots 458$
10.8.	Raíces complejas: método de Bairstow	
10.9.	Problemas	469
	10.9.1. Problemas resueltos	469
	10.9.2. Problemas propuestos	$\dots 485$
10.10	. Prácticas	487
11. Apén	dice: Introducción al programa MATLAB	489
11.1.	Generalidades	$\dots 490$
11.2.	Vectores y matrices	$\dots 492$
11.3.	Operaciones con vectores y matrices	$\dots 497$
11.4.	Variables lógicas	$\dots 499$
11.5.	Polinomios	499
11.6.	Funciones matemáticas	500
11.7.	Derivadas y primitivas	$\dots 501$
11.8.	Gráficas de funciones	$\dots 502$
11.9.	Programación con MATLAB	508
Bibliogra	fía básica	511
Bibliogra	fía de consulta	513

#### **Prefacio**

P. Henrici da una definición aproximada del Análisis Numérico como "la teoría de los métodos constructivos en Análisis Matemático", haciendo un especial énfasis en la palabra "constructivos". Durante mucho tiempo, las matemáticas fueron totalmente constructivas, pues su único objetivo era llegar a la solución de problemas concretos. No obstante, a medida que los problemas sujetos a la investigación matemática crecían en alcance y generalidad, los matemáticos fueron interesándose, cada vez más, por cuestiones como la existencia, unicidad y propiedades cualitativas de la solución, antes que por su construcción. Una de las causas que condujeron a esta situación fue la escasa capacidad de cálculo que hacía inútil el diseño de algoritmos constructivos de la solución de problemas complejos. No obstante, cuando parecía que las matemáticas habían olvidado cualquier matiz constructivo, surgieron los primeros ordenadores, los cuales devolvieron a los matemáticos la esperanza de poder construir las soluciones de los problemas. Fue entonces cuando nació lo que hoy denominamos Análisis Numérico. Aunque muchas de las ideas básicas en que se apoyan las técnicas numéricas actuales se conocen desde hace tiempo, ha sido la capacidad de cálculo aportada por los ordenadores (vertiginosamente acrecentada con el transcurso del tiempo) la que les ha dado mayor vigencia e importancia.

El Análisis Numérico es una herramienta fundamental en el campo de las ciencias aplicadas que trata de diseñar métodos que aproximen, de forma eficiente, las soluciones de problemas prácticos previamente formulados matemáticamente. En la mayoría de los casos, el problema matemático se deriva de un problema práctico en áreas experimentales como la Física, Química, Biología, Economía... Sobre él se aplican, típicamente, dos tipos de estrategias generales:

- a) Se dan por supuestas algunas hipótesis de carácter simplificador que permiten llegar a una formulación matemática resoluble. (Así es como se procedió tradicionalmente, hasta que se contó con las técnicas numéricas.)
- b) Se prescinde de alguna de estas hipótesis para llegar a una formulación matemática más complicada, que no se puede resolver explícitamente, pero cuya solución puede calcularse de forma aproximada.



Aunque de ninguna de las dos formas anteriores obtenemos la solución del problema original, a menudo resulta más apropiado utilizar la segunda. Para ello, se idea un algoritmo<sup>1</sup>, es decir, una secuencia finita de operaciones algebraicas y lógicas, que se espera produzca una solución aproximada del problema matemático y, en consecuencia, del físico. La confirmación de esta esperanza es, precisamente, una de las principales tareas del Análisis Numérico. En otras palabras, el cometido de la disciplina que nos ocupa es el diseño de métodos que conduzcan (y no solamente de manera teórica) a la solución de los problemas planteados: estudiar los algoritmos en profundidad para que se pueda saber de antemano cuáles son sus ventajas e inconvenientes, qué dificultades presentan a la hora de llevar a cabo su programación efectiva y seleccionar, en cada caso, el algoritmo más eficiente en cuanto al almacenamiento de datos y al tiempo de cómputo. En definitiva, proporcionar métodos que permitan obtener realmente una aproximación de la solución buscada y conocer, en la medida de lo posible, el grado de aproximación entre la solución hallada y la real, es decir, dar una estimación del error cometido.

Este libro está escrito tras años de experiencia de los autores en la docencia de asignaturas relacionadas con el Análisis Numérico. En particular, de la asignatura *Métodos Numéricos* de los grados impartidos en la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid. Asignaturas con similares contenidos forman parte del currículum de las titulaciones de Matemáticas, así como de estudios de Ingeniería, Ciencias experimentales, Economía...

El objetivo de este manual es modesto, pero no por ello carente de importancia. Por una parte, pretendemos proporcionar al alumno una primera toma de contacto con las técnicas numéricas que le sirva para conocer un amplio catálogo de métodos que aproximan las soluciones de los problemas abordados (esencialmente, ecuaciones y sistemas lineales y no lineales, interpolación, derivación e integración). Por otra, se intenta cimentar una sólida base teórica que permita conocer los límites de validez y condiciones de aplicación de los métodos, así como el ulterior estudio en profundidad de otras técnicas más sofisticadas.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>La palabra algoritmo proviene del matemático persa *Abu Jafar Mohammed ibn Musa al-Khowarizmi*, que vivió en Bagdad hacia el año 840 d.C.

Cada capítulo tiene una sección de problemas de los que, alrededor de la mitad, se resuelven con todo detalle; pensamos que la escasez de textos que incluyan una buena cantidad de problemas resueltos en su totalidad, puede ser un valor añadido de esta obra. En algunos problemas se recogen resultados complementarios a los expuestos en la parte teórica, enunciados de forma que su resolución sea abordable.

Finalmente, destacar que en la última sección de cada capítulo se enuncian una serie de prácticas de ordenador, pensadas para ser implementadas en MATLAB. En muchas de ellas se pide realizar programas que se podrían sustituir por un único comando (de hecho, en general se indica que se compare con el comando en cuestión). Si hacemos esto es porque estamos convencidos (y la experiencia con nuestros alumnos así lo confirma) de que sólo cuando uno se enfrenta a la programación efectiva de los métodos es capaz de entenderlos en profundidad. En las direcciones de internet

http://www.mat.ucm.es/~infante o http://www.mat.ucm.es/~jrey

pueden encontrarse programas que resuelven algunas de las prácticas y servirán de ayuda, eventualmente, para resolver otras.

Tras la aparición de esta obra en 1999, en las sucesivas ediciones de la misma se han ido introduciendo diversos cambios que han afectado a la organización de algunas secciones y han servido para clarificar conceptos y simplificar demostraciones; también se ha ampliado la colección de problemas y prácticas y se ha ido adaptando el último capítulo a las versiones de MATLAB vigentes en cada momento. En esta sexta edición se han precisado varios enunciados de observaciones y teoremas, se ha intensificado la simplificación de demostraciones, se han actualizado y añadido nuevas referencias bibliográficas y se han corregido las erratas detectadas. Además, se ha ampliado y ajustado la introducción a MATLAB del último capítulo de acuerdo con la versión R2021a de dicho programa.

### 1 Análisis de errores

#### 1.1. Introducción

El Análisis Numérico es una disciplina que contempla el desarrollo y evaluación de métodos para calcular, a partir de ciertos datos numéricos, los resultados requeridos. Se puede pensar el problema que se quiere resolver como una aplicación f que transforma datos x en resultados y; los datos constituyen la información de entrada, los resultados requeridos son la información de salida y el método de cálculo se conoce como algoritmo. Los ingredientes esenciales en un problema de Análisis Numérico pueden resumirse, pues, en el siguiente diagrama:

A modo de ejemplo, podemos pensar en el problema de hallar  $\sqrt{17}$ . En este caso, x=17 es el dato, f la función raíz cuadrada e  $y=\sqrt{17}$  el resultado deseado. Como algoritmo de cálculo podemos construir, para  $\lambda=17$ , la sucesión

$$\begin{cases} x_0 = \lambda \\ x_n = \frac{1}{2} \left( x_{n-1} + \frac{\lambda}{x_{n-1}} \right), \ n \in \mathbb{N}, \end{cases}$$

cuyo límite es  $\sqrt{\lambda}$  (compruébese), parando en un valor de n suficientemente grande.

Con bastante frecuencia nos encontramos con distintos algoritmos para construir la información de salida que se requiere. Así, volviendo al ejemplo anterior, para aproximar el número  $\sqrt{17}$  podemos utilizar también el algoritmo que se obtiene al hacer un desarrollo de Taylor de orden 2 de la función raíz cuadrada

$$\sqrt{x} \simeq \sqrt{a} + \frac{1}{2\sqrt{a}}(x-a) - \frac{1}{8\sqrt{a^3}}(x-a)^2$$

particularizando en x = 17 y a = 16, es decir,

$$\sqrt{17} \simeq 4 + \frac{1}{8} - \frac{1}{512} = \frac{2111}{512} = 4.123046875.$$

Por tanto, para escoger entre los diversos algoritmos disponibles deben estudiarse los aspectos teóricos que contribuirán a la elección del algoritmo más adecuado a cada caso concreto. En general, los criterios fundamentales para preferir un algoritmo frente a otro son la rapidez y la precisión; a igualdad de precisión el algoritmo más rápido tendrá, obviamente, la preferencia. El objetivo de este capítulo es, de hecho, el estudio de la precisión o, equivalentemente, del error. En muy pocas ocasiones la información de entrada que se suministra es exacta pues se obtiene, en general, mediante instrumentos de medida; como, por otra parte, tanto el almacenamiento de los datos como el propio algoritmo de cálculo introducen también errores, la información de salida contendrá errores que provendrán de las tres fuentes. Esquemáticamente:

Sobre el primer tipo de errores nada podemos decir: están relacionados con el diseño de los aparatos de medición o la precisión de la percepción a través de los órganos sensoriales. Los otros dos tipos de errores son los que analizaremos en este capítulo: en las dos primeras secciones se aborda el estudio de los errores de almacenamiento y en las dos últimas los algorítmicos.

Antes de comenzar este estudio recordemos cierta terminología estándar en el tratamiento de errores. El error cometido al calibrar cierta magnitud puede ser medido bien en términos *absolutos*, bien en términos *relativos* al tamaño de la magnitud que se aproxima. Así, si  $\tilde{z}$  es una aproximación de una cierta cantidad  $z \neq 0$  y  $||\cdot||$  es una norma (véase la definición 2.19), entonces

$$||\tilde{z}-z||~$$
es el  $error~absoluto$ 

У

$$\frac{||\tilde{z}-z||}{||z||}$$
 es el error relativo

cometido en la aproximación anterior.<sup>1</sup>

 $<sup>{}^{1}</sup>$ Si z=0 se trabaja sólo con errores absolutos.

Desde el punto de vista de las aplicaciones el error relativo resulta más relevante, ya que conocer el error absoluto no es muy útil si no se conoce la magnitud de la cantidad que se está midiendo. Por ejemplo, un error de 0'25 cm al determinar la estatura de una persona puede ser irrelevante pero sería inaceptable en microcirugía.

#### 1.2. Números máquina

Los problemas que aborda el Análisis Numérico se resuelven, fundamentalmente, mediante la realización de cadenas de operaciones aritméticas (más o menos sofisticadas) en un ordenador. Deberán, por tanto, almacenarse en la máquina los datos de partida (que introduciremos mediante un dispositivo de entrada, como puede ser un teclado o la lectura de un fichero) así como los resultados intermedios. Finalmente, deberán comunicarse los resultados finales (mediante un dispositivo de salida, como es la pantalla o la escritura en un fichero).

En esta sección vamos a ocuparnos del almacenamiento de los números en la máquina. Como es sabido, la capacidad de almacenamiento (la memoria) de los ordenadores crece vertiginosamente gracias a los progresos de la electrónica pero, por mucho que crezca, siempre será una capacidad finita. Esto implica que ninguna máquina es capaz de guardar ni siquiera un solo número irracional "completo" (las infinitas cifras decimales de  $\pi$ , por ejemplo). De hecho, cada número se representa en el ordenador con una cantidad máxima de cifras decimales; consecuentemente, sólo se guardarán de forma exacta los números que no excedan de ese máximo.

Vamos a intentar aclarar estas afirmaciones, que hemos introducido de forma un tanto vaga. Los números pueden representarse en la denominada notación decimal en coma flotante, que contiene la información relevante: signo, fracción, signo para el exponente y exponente. Por ejemplo, el número -623'45 admite, entre otras, las siguientes representaciones en coma flotante

$$-623'45 + 0$$
,  $-62'345 + 1$ ,  $-6234'5 - 1$ ,  $-6'2345 + 2$ ...

que deben entenderse, respectivamente, como

$$-623'45 \times 10^{0}, -62'345 \times 10^{1}, -6234'5 \times 10^{-1}, -6'2345 \times 10^{2}, \dots$$

De las infinitas representaciones posibles nos quedaremos con la última (denominada notación decimal en coma flotante normalizada), que está caracterizada por que la fracción es un número comprendido entre 1 y 10. Es decir, la notación decimal en coma flotante normalizada de un número real no nulo es

$$\pm m \pm E$$
 con  $1 \le m < 10$  y  $E \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ 

que se corresponde con  $\pm m \times 10^{\pm E}$ .

Observación 1.1. A partir de ahora emplearemos, como hacen los ordenadores, la notación anglosajona de punto decimal en lugar de coma decimal, aunque seguiremos hablando de notación en coma flotante.  $\Box$ 

Los ordenadores almacenan la información en cantidades ingentes de posiciones de memoria (o bits). Éstas son entes físicos que sólo pueden tomar los valores 0/1, encendido/apagado, positivo/negativo o cualquier otra dicotomía electrónicamente viable. Es por esto por lo que no se utiliza la representación decimal para los números, sino la representación binaria.

**Observación 1.2.** El sistema binario utiliza el 2 como base, de la misma forma que el sistema decimal utiliza el 10. Con el propósito de hacer una comparación, recuérdese primero cómo funciona el sistema de representación decimal que nos es más familiar. Cuando escribimos el número 547.154 de forma más explícita tenemos

$$547.154 = 5 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2} + 4 \times 10^{-3}$$

La expresión del segundo miembro utiliza potencias de 10 junto con los dígitos

En el sistema binario sólo se utilizan los dígitos 0 y 1. Por ejemplo,

$$101.101 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}.$$

Este número real se representa como 5.625 en notación decimal.

En general, cualquier número natural  $\alpha > 1$  puede utilizarse como base para un sistema numérico. Los números representados en base  $\alpha$  incluirán símbolos  $s_0, s_1, s_2, \ldots, s_{\alpha-1}$  (véase el problema 1.8). De esta forma, todo número real x admite una representación en base  $\alpha$  de la forma

$$x = \pm \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \alpha^k$$

$$= \pm \left( \dots + c_{-2} \alpha^{-2} + c_{-1} \alpha^{-1} + c_0 \alpha^0 + c_1 \alpha^1 + c_2 \alpha^2 + \dots \right)$$
(1.1)

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>La palabra bit es la abreviatura de Binary Digit.

Sherman–Morrison, fórmula de, 176	Tchebychev
simple precisión, <i>véase</i> precisión sim-	abscisas de, 265, 267
ple	polinomios de, 260, 261, 263, 265,
Simpson abierta, regla de, 326	301,329
Simpson, fórmula de, 315	test de parada, 206, 372, 384
abierta, 318	tolerancia, 207, 386
abierta compuesta, véase Simpson	trapecio, fórmula del, 311
abierta, regla de	abierta, 314, 340
compuesta, <i>véase</i> Simpson, regla	abierta compuesta, <i>véase</i> trape-
de	cios abierta, regla de los
Simpson, regla de, 325	compuesta, véase trapecios, re-
sistema numérico	gla de los
base de un, 20	trapecios abierta, regla de los, 340
binario, 20	trapecios, regla de los, 323, 325
hexadecimal, 48	traza de una matriz, 58
sobrerrelajación sucesiva, <i>véase</i> rela-	$trazador$ , $v\'ease$ $spline$
jación, método de	tres octavos, fórmula de los, 319
SOR, véase relajación, método de	
spline cúbica, 268	under flow,  26
cálculo, 269	V 1 M 1: T 1 1 C 1: 1
condiciones naturales, 269	Valor Medio Integral Generalizado,
condiciones periódicas, 269	teorema del, 310
convergencia, 278	valor propio, <i>véase</i> autovalor
de interpolación, 268	Vandermonde, matriz de, 116
momentos, 269	vector propio, <i>véase</i> autovector
spline, función, 268	vector residuo, 207
Sturm	Whittaker, método de, 373
método de, 454	error, 376
secuencia de, 450	interpretación geométrica, 373
teorema de, 451	orden de convergencia, 374
submatriz, 55	Wilson, ejemplo de, 37, 112
	Tribon, cjempio de, 01, 112

#### **TÍTULOS PUBLICADOS**

ÁLGEBRA LINEAL, R. E. Larson, B. H. Edwards, D. C. Falvo, L. Abellanas Rapún.

ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA, P. Alberca Bierregaard y D. Martín Barguero.

ANÁLISIS DE DATOS EN LAS CIENCIAS DE LA ACTIVIDAD FÍSICA Y DEL DEPORTE, M.ª I. Barriopedro y C. Muniesa.

CÁLCULO, P. Alberca Bjerregaard y D. Martín Barquero.

CURSO DE GENÉTICA MOLECULAR E INGENIERÍA GENÉTICA, M. Izquierdo Rojo

ECOLOGÍA, J. Rodríguez.

ECUACIONES DIFERENCIALES II. C. Fernández Pérez v J. M. Vegas Montaner.

ELASTICIDAD Y RESISTENCIA DE MATERIALES, M. Solaguren-Beascoa Fernández.

ENZIMOLOGÍA, I. Núñez de Castro.

FÍSICA CUÁNTICA, C. Sánchez del Río (coord.).

FISIOLOGÍA VEGETAL, J. Barceló Coll, G. Nicolás Rodrigo, B. Sabater García y R. Sánchez Tamés.

INTEGRACIÓN DE FUNCIONES DE VARIAS VARIABLES, J. A. Facenda Aguirre, F. J. Freniche Ibáñez.

INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA Y SUS APLICACIONES, R. Cao Abad, M. Francisco Fernández, S. Naya Fernández, M. A. Presedo Quindimil, M. Vázquez Brage, J. A. Vilar Fernández, J. M. Vilar Fernández.

MATEMÁTICAS BÁSICAS PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD, Á. M. Ramos del Olmo y J. M.ª Rey Cabezas

MÉTODOS NUMÉRICOS. Teoría, problemas y prácticas con MATLAB, J. A. Infante del Río y J. M. a Cabezas.

PROBLEMAS, CONCEPTOS Y MÉTODOS DEL ANÁLISIS MATEMÁTICO. 1. Números reales, sucesiones y series, *M. de Guzmán y B. Rubio.* 

PROBLEMÁS, CONCEPTOS Y MÉTODOS DEL ANÁLISIS MATEMÁTICO. 2. Funciones, integrales, derivadas, *M. de Guzmán y B. Rubio*.

SERIES DE FOURIER Y APLICACIONES. Un tratado elemental, con notas históricas y ejercicios resueltos, *A. Cañada Villar.* 

TABLAS DE COMPOSICIÓN DE ALIMENTOS, O. Moreiras, A. Carbajal, L. Cabrera y C. Cuadrado. TECNOLOGÍA MECÁNICA Y METROTECNIA. P. Coca Rebollero y J. Rosique Jiménez.

Si lo desea, en nuestra página web puede consultar el catálogo completo o descargarlo: