

Matemáticas de colores

AMANDA
MONTEJANO



LA CIENCIA PARA TODOS

255

Matemáticas de colores

En 1984 el Fondo de Cultura Económica concibió el proyecto editorial La Ciencia desde México con el propósito de divulgar el conocimiento científico en español a través de libros breves, con carácter introductorio y un lenguaje claro, accesible y ameno; el objetivo era despertar el interés en la ciencia en un público amplio y, en especial, entre los jóvenes.

Los primeros títulos aparecieron en 1986, y si en un principio la colección se conformó por obras que daban a conocer los trabajos de investigación de científicos radicados en México, diez años más tarde la convocatoria se amplió a todos los países hispanoamericanos y cambió su nombre por el de La Ciencia para Todos.

Con el desarrollo de la colección, el Fondo de Cultura Económica estableció dos certámenes: el concurso de lectoescritura Leamos La Ciencia para Todos, que busca promover la lectura de la colección y el surgimiento de vocaciones entre los estudiantes de educación media, y el Premio Internacional de Divulgación de la Ciencia Ruy Pérez Tamayo, cuyo propósito es incentivar la producción de textos de científicos, periodistas, divulgadores y escritores en general cuyos títulos puedan incorporarse al catálogo de la colección.

Hoy, La Ciencia para Todos y los dos concursos bienales se mantienen y aun buscan crecer, renovarse y actualizarse, con un objetivo aún más ambicioso: hacer de la ciencia parte fundamental de la cultura general de los pueblos hispanoamericanos.

AMANDA MONTEJANO

Matemáticas de colores



CONACYT
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología



**FONDO
DE CULTURA
ECONÓMICA**

Primera edición, 2022

[Primera edición en libro electrónico, 2022]

Montejano, Amanda

Matemáticas de colores / Amanda Montejano. — México : FCE, SEP, Conacyt, 2022

191 p. : ilus. ; 21 × 14 cm — (Colec. La Ciencia para Todos ; 255)

Texto para nivel medio y medio superior

ISBN 978-607-16-7278-0

1. Matemáticas – Estudio y enseñanza 2. Divulgación científica I. Ser. II. t

LC QB601 M66

Dewey 508.2 C569 V. 255

La Ciencia para Todos es proyecto y propiedad del Fondo de Cultura Económica, al que pertenecen también sus derechos. Se publica con los auspicios de la Secretaría de Educación Pública y del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

D. R. © 2022, Fondo de Cultura Económica
Carretera Picacho-Ajusco, 227; 14110 Ciudad de México
www.fondodeculturaeconomica.com
Comentarios: editorial@fondodeculturaeconomica.com
Tel.: 55-5227-4672

Diseño de portada: Neri Ugalde Guzmán

Se prohíbe la reproducción total o parcial de esta obra, sea cual fuere el medio, sin la anuencia por escrito del titular de los derechos.

ISBN 978-607-16-7278-0 (impreso)

ISBN 978-607-16-7464-7 (electrónico pdf)

Impreso en México • *Printed in Mexico*

<i>Introducción</i>	13
I. <i>Para comenzar: los tres qué</i>	17
¿Qué entendemos los matemáticos cuando decimos coloración?	17
¿Qué nos gusta colorear?	29
¿Qué nos interesa estudiar de las coloraciones? ...	37
II. <i>La teoría cromática</i>	71
Mapas y colores	71
La polémica prueba	82
La punta del <i>iceberg</i>	100
III. <i>La teoría de Ramsey</i>	112
Un inocente principio	112
Otra hermosa prueba	136
El completo desorden es un imposible	161
<i>Glosario</i>	177
<i>Índice de símbolos</i>	185
<i>Índice de personajes</i>	187
<i>Bibliografía</i>	189

*Para Toño,
no sólo por las ilustraciones,
sino por todo lo que hemos hecho juntos.*

A mathematician, like a painter or a poet, is a maker of patterns [...] The mathematician's patterns, like the painter's or the poet's, must be beautiful; the ideas, like the colors or the words, must fit together in a harmonious way.

GODFREY HAROLD HARDY

If physicists would love to find out how the world is put together [...] a mathematician would like to find out how mathematical ideas are put together: what is behind the next hill? what happens if we climbed that mountain? what kind of panorama shall we see? So, we keep going on, trying to explore more and more of an unknown landscape and whatever we find, often the things we find, make us very happy, make us be very excited; but once you see the next view, there is another hill behind the horizon and you feel a tremendous urge that you must go there, you must explore it, you must climb that other mountain and find out what is behind.

BÉLA BOLLOBÁS

INTRODUCCIÓN

Defiende tu derecho a pensar,
porque incluso pensar de manera
errónea es mejor que no pensar.

HIPATIA DE ALEJANDRÍA

Algunos libros de divulgación de matemáticas identifican y exponen los grandes pilares en que se ha sostenido la evolución de esta ciencia, trazando un hilo conductor a través de personajes sobresalientes —matemáticos famosos— o descubrimientos revolucionarios. Algunos otros son compendios de temas interesantes que se pueden presentar de manera atractiva a un lector no experto o no iniciado en el área. Desde mi adolescencia he disfrutado enormemente la lectura de ambas clases de textos. Luego crecí, me volví matemática y un día descubrí dentro de mí la urgente necesidad de escribir, a mi manera, un libro de divulgación de matemáticas. ¿Por qué?, ¿porque me gusta escribir? o ¿porque quería compartir mi pasión? Una vez decidida a escribir sopesé diversas opciones. Al final, naturalmente, decidí escribir acerca de lo que más me gusta, lo que ocupa mi mente y me hace soñar.

El hilo conductor de este libro es, pues, las *coloraciones*, que en matemáticas constituyen un área muy específica. El presente texto abarca, además, temas, técnicas y conceptos generales pertenecientes a diversas áreas de la matemática. Más aún, lo que en el fondo pretende transmitir esta obra —mediante el tema de las coloraciones— es lo que se siente *ser* un matemático y lo que se siente *hacer* matemáticas. Ése es mi objetivo primordial.

El lector ideal al que va destinado este libro es un estudian-

te de bachillerato al que le gusta pensar y que, al finalizar la lectura, tiene el impulso y la necesidad de estudiar más matemáticas. También pienso en estudiantes de otras disciplinas, profesionales, artistas, filósofos que disfrutan explorando el mundo de las matemáticas desde esta perspectiva. En fin, todas aquellas personas que se sorprenden ante la belleza de las matemáticas y el deleite que producen.

El libro pretende ser autocontenido, pero demanda un esfuerzo especial y diferente al que demanda otro tipo de lecturas. Las matemáticas son una ciencia que, más que leerse, se tiene que vivir. Literalmente, es necesario acumular experiencias para sentir y saber matemáticas.

En mi opinión, un matemático tiene que alcanzar distintos niveles. Uno de los más básicos consiste en comprender, por ejemplo, la cátedra que imparte un profesor; otro implica comprender una lectura; otro más avanzado, poder reproducir y explicar lo que se ha entendido previamente, y el más sublime de todos, creo yo, es *hacer matemáticas*: detectar las preguntas correctas y buscar, descubrir, develar y poder *demostrar* alguna verdad.

En este último aspecto —puesto que descubrir algo no tiene el mismo efecto que comprenderlo— pretendo que el lector sea capaz de entender lo que lee, pero también que, en ocasiones, pueda disfrutar el placer de conquistar por sí mismo alguna certeza. Para lo cual a lo largo del texto inserto en un recuadro una serie de preguntas con las cuales intento animar (u orillar) al lector a reflexionar, a buscar el entendimiento dentro de sí; espero que deje el libro a un lado y dedique varios minutos, el tiempo que sea necesario, para meditar sobre lo que le estoy cuestionando. Muchas veces, incluso, será preciso tener a mano lápiz y papel para dibujar o hacer anotaciones o algunas cuentas sencillas. Las preguntas que planteo están diseñadas como un entrenamiento y no todas son fáciles de contestar. Algunas, de hecho, son muy difíciles e incluso hay un par de ellas que nadie ha sabido responder. Mi objetivo, pues, no es necesaria-

mente que el lector obtenga la respuesta, sino que se esfuerce y experimente la incertidumbre, la sensación de luchar con toda su energía y su ansiedad y experimentar la satisfacción de ganar, pero también la frustración de perder.

Casi todo el material que se presenta en este libro se ubica dentro de lo que hoy se conoce como *matemáticas discretas*. Así como ocurre con la mayoría de los libros de esta disciplina, no me atreveré a ofrecer una definición concreta de este término. La palabra *discretas* pretende aludir a la noción de objetos separados, o bien evocar aquellos conceptos contrarios al concepto de continuidad. Sin embargo, en lugar de proporcionar ejemplos de lo que significa esto, confiaré en que el contenido del libro ilustre por sí solo lo que son las matemáticas discretas.

A lo largo de sus capítulos conoceremos a varios protagonistas, matemáticos y matemáticas, algunos famosos y otros no tanto. También contaré algunas historias, que funcionarán como digresiones relevantes para lo que quiero exponer.

Asimismo, definiré diferentes conceptos que usaremos indistintamente. Para facilitar la lectura y proporcionar al lector una vía rápida de consulta, he incluido al final del libro un glosario. Todas las palabras que aparecen allí se escriben en **negritas** en el cuerpo del libro, ya sea en su primera aparición o en el momento en que se definen.

Por último, quisiera destacar que quienes deseen profundizar en el entendimiento —o bien, quizá más tarde, participar en la creación de una teoría matemática— jamás deben dejar de cuestionar todo. Permitir que la curiosidad, la belleza y el instinto nos guíen a través de cuestionamientos y reflexiones puede llegar a ser no sólo productivo y divertido sino también sumamente liberador.

I. Para comenzar: los tres qués

Donde ponemos las reglas del juego y damos los primeros ejemplos. Introducimos y exploramos el concepto de función. Además, presentamos los objetos más genéricos que vamos a colorear: las gráficas. Por último, distinguimos las dos grandes vertientes en el área; a saber, el estudio del número cromático y el estudio de la teoría de Ramsey. ¡Ah!, y aprovechamos también para conocer a Paul Erdős.

¿QUÉ ENTENDEMOS LOS MATEMÁTICOS CUANDO DECIMOS COLORACIÓN?

Comenzaremos, como es debido, con una ilustración y unos cuantos colores:



Colorear es la acción cuyo resultado es el siguiente:



O el siguiente:



O tal vez esto:



Pero nunca esto:

